

ثانوية الليمون - ملخص لدروس الإمتحان الجهوي مع الأمثلة

I - درس التناسبية :

قاعدة 1 :

إذا كان A جزءاً من B فإن النسبة المئوية التي يمثلها A من B هي العدد :

$$P = \frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر B}} \times 100$$

 ونرمز له بالرمز : $p\%$

مثال 1 : اشترى بائع هواتف 80 هاتفا مستعملة فوجد 5 هواتف لا تشتغل احسب النسبة المئوية للهواتف المعطوبة

الحل : تطبيق القاعدة :

$$\frac{\text{الهواتف المعطوبة}}{\text{العدد الكلي للهواتف}} \times 100 = \frac{5}{80} \times 100$$

$$= \frac{50}{8} = 12,5\%$$

مثال 2 : قمنا بدعوة لحضور حفلة تنويع . احسب عدد الحاضرين للحفل علما أن عدد المدعوين 30 ونسبة الحضور هي 70% .

الحل : نعلم أن :

$$\frac{\text{عدد الحاضرين}}{\text{العدد الكلي}} \times 100 = 70$$

 إذن :

$$\frac{\text{عدد الحاضرين}}{30} \times 100 = 70$$

 عدد الحاضرين هو :

$$\frac{70 \times 30}{100} = 7 \times 3 = 21$$

قاعدة 2 :

تغيرت القيمة x بنسبة $p\%$ لتكن y هي القيمة الجديدة لدينا :
 في حالة الزيادة :

$$y = (1 + \frac{P}{100}) \times x$$

 في حالة النقصان :

$$y = (1 - \frac{P}{100}) \times x$$

مثال 1 : اشترى بقال بضاعة ثم باعها بمبلغ قدره 4540 درهما محققا بذلك ربحا نسبته 12% . ماهو ثمن شراء هذه البضاعة؟

الحل : بما أن البقال قد ربح إذن هناك زيادة . إذن نطبق قاعدة الزيادة :

$$y = (1 + \frac{P}{100}) \times x$$
 حيث $y = 4540$ الثمن الجديد

$$4540 = (1 + \frac{12}{100}) \times x$$

$$\Leftrightarrow 4540 = \frac{100 + 12}{100} \times x$$

$$\Leftrightarrow 4540 = \frac{112}{100} \times x \Rightarrow \frac{4540 \times 100}{112} = x$$

$$x = 4053,57 \text{ DH} \quad \text{إذن :}$$

مثال 2 : أراد أحمد شراء حاسوب ثمنه 4000 درهم . بعد مفاوضات البائع ، استفاد من تخفيض نسبته 9% . كم سيدفع أحمد لقاء هذا الحاسوب؟

نطبق قاعدة النقصان لأن الثمن القديم 4000 انخفض إذن :

$$y = (1 - \frac{9}{100}) \times x$$
 حيث $x = 4000$ نجد :

$$y = (\frac{100}{100} - \frac{9}{100}) \times 4000 = \frac{91}{100} \times 4000$$

$$y = 91 \times 40 = 3640 \text{ DH}$$

مثال 3 : توقف عداء بعد أن قطع 70% من مسافة السباق حيث لم يتبقى له إلا 90 مترا على خط النهاية . ماهي المسافة الكلية للسباق؟

الحل : نطبق القاعدة 1 لأن هناك مسافة كلية ومسافة جزئية . ليكن x المسافة التي قطعها العداء . إذن $x + 90$ هي المسافة الكلية للسباق . إذن :

$$\frac{x}{x + 90} \times 100 = 70$$

$$\Leftrightarrow 100x = 70(x + 90)$$

$$\Rightarrow 100x = 70x + 6300$$

1

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$S = \left\{ \frac{2}{3}, 1 \right\}$$

اذن:

قاعدة 2: تعميل ثلاثية الحدود:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

مثال 2: عمل ثلاثيتي الحدود:

$$-x^2 + x + 2 \quad \text{أ}$$

$$3x^2 - 5x + 2 \quad \text{ب}$$

$$-x^2 + x + 2 \quad \text{الحل (أ) نعمل}$$

نطبق القاعدة:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$-x^2 + x + 2 = -(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{حيث } x_1 = 2 \text{ و } x_2 = -1 \text{ (انظر مثال 1)}$$

$$-x^2 + x + 2 = -(x - 2)(x + 1)$$

$$3x^2 - 5x + 2 \quad \text{ب - نعمل}$$

$$\text{لدينا حسب المثال 1: } x_1 = \frac{2}{3} \text{ و } x_2 = 1$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 3(x - x_1)(x - x_2)$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)(x - 1)$$

قاعدة 3: اشارة ثلاثية الحدود.

جدول الاشارة:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	عكس إشارة a	إشارة a	إشارة a

في حالة كان $x_1 < x_2$

مثال 3: إشارة $-x^2 + x + 2$

x	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$-x^2 + x + 2$		-	+	-

إشارة -1 عكس إشارة -1

نعتبر $3x^2 - 5x + 2$ ، جدول الاشارة:

x	$\frac{2}{3}$	1
$3x^2 - 5x + 2$	+	-

(2)

$$\Leftrightarrow 30x = 6300$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6300}{30} = 210$$

اذن المسافة الكلية للسباق هي:

$$x + 90 = 300 \text{ متر}$$

II - المعادلات والمتراجحات:

التعبير: $P(x) = ax^2 + bx + c$

يسمى ثلاثية حدود، حيث a و b و c أعداد معلومة.

$$\text{مثال: } -5x^2 + x + 12$$

$$a = -5 \text{ و } b = 1 \text{ و } c = 12$$

قاعدة 1:

لحل المعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$

نبدأ بحساب العدد:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

إذا كان:

$$\Delta > 0 \text{ فإن مجموعة الحلول}$$

$$S = \{x_1; x_2\} \text{ هي}$$

$$\text{حيث: } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

مثال 1: حل في \mathbb{R} المعادلتين:

$$-x^2 + x + 2 = 0 \quad \text{أ}$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \text{ب}$$

$$\text{أ) نعتبر المعادلة } -x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(-1) \times 2$$

$$= 1 + 8 = 9 > 0$$

حالة 8ما:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = \frac{-1 - 3}{-2} = \boxed{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = \frac{-1 + 3}{-2} = \boxed{-1}$$

$$\text{اذن: } S = \{-1; 2\}$$

$$\text{ب) المعادلة: } 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(2)$$

$$= 25 - 24 = 1 > 0$$

حالة 8ما:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{5 - 1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

بما أن $9 \neq 0$ فإن النظام قابل
حلاً وحيداً $(x; y)$ حيث: $y = \frac{D_y}{D}$ و $x = \frac{D_x}{D}$
لدينا:

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 22 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) - (22)(2) = -1 - 44 = -45$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-45}{-9} = \frac{45}{9} = \boxed{5}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 22 \end{vmatrix} = (1)(22) - (4)(1) = 22 - 4 = 18$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{18}{-9} = -\frac{18}{9} = \boxed{-2}$$

حل النظام هو:

$$S = \{(5; -2)\}$$

مثال 2 [امتحان جهوي]

اشترى تلميذ 8 كتب من صنفين مختلفين
بثمن اجمالي قدره 105 درهم.
حدد عدد الكتب من كل صنف اذا علمت أن
ثمن الكتاب الواحد من الصنف الأول هو 10 دراهم
وأن ثمن الكتاب الواحد من الصنف الثاني هو 15 درهماً.

الحل: ليكن x عدد الكتب من الصنف الأول
و y " " " " الثاني.

عدد ما اشتراه من الصنف الأول نضيف إليه عدد
ما اشتراه من الصنف الثاني يعطينا العدد
الكلي للمشتريات من الصنفين معاً يعني:

$$x + y = 8 \quad \text{ولدينا: } 10x + 15y = 105$$

نستنتج النظام:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 10x + 15y = 105 \end{cases}$$

يمكن الاختزال بالقسمة على

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

حساب المحددات:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \boxed{1}; \quad D_x = \begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 21 & 3 \end{vmatrix} = \boxed{3}$$

$$x = \frac{D_x}{D} = 3 \quad \text{و} \quad D_y = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 21 \end{vmatrix} = \boxed{5}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = 5$$

$$\boxed{y = 5 \text{ و } x = 3}$$

(3)

تطبيق: حل مترابطة في \mathbb{R} :

لحل مترابطة نستعمل جدول الإشارة:

مثال: حل في \mathbb{R} المترابطة:

$$\text{أ- } 5x^2 - 4x - 1 \leq 0$$

$$\text{ب- } 5x^2 - 4x - 1 < 0$$

$$\text{ج- } 5x^2 - 4x - 1 \geq 0$$

الحل: نضع جدول الإشارة نبدأ بحساب

$$5x^2 - 4x - 1 \quad \text{لدينا: } x_1 \text{ و } x_2$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(5)(-1) = 16 + 20 = 36 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 6}{10} = \boxed{-\frac{1}{5}}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 6}{10} = \boxed{1}$$

و $x_1 < x_2$ إذن جدول الإشارة:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	1	$+\infty$
$5x^2 - 4x - 1$	+	0	-	+
		إشارة 5	عكس إشارة 5	نفس إشارة 5

إذن التعبير $5x^2 - 4x - 1$ موجب على المجالين

وسالب على مجال.

$$5x^2 - 4x - 1 \leq 0$$

$$\left[-\frac{1}{5}; 1\right]$$

هو المجال:

$$5x^2 - 4x - 1 < 0$$

$$\left]-\frac{1}{5}; 1\right[$$

هو:

$$5x^2 - 4x - 1 \geq 0$$

$$\left]-\infty; -\frac{1}{5}\right] \cup \left[1; +\infty\right[$$

هو:

III - النظمات في \mathbb{R}^2 :

مثال 1: حل في \mathbb{R}^2 النظام:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 4x - y = 22 \end{cases}$$

الحل: حساب المحددة

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) - (4)(2) = -1 - 8 = -9$$